

概率论 PBL 教学法的实践与思考

祝国强 杭国明* 滕海英 黄平 刘沛
(第二军医大学基础医学部数理教研室 上海 200433)

摘要: 把 PBL 教学法引入《概率论》的课堂教学,坚持“以学生为主体,以问题为中心”,从而加深学生对概率概念的理解,增强学生学习的兴趣,提高了学生的综合素质。

关键词: 概率论; PBL 教学法; 课堂教学

doi:10.3969/j.issn.1004-4337.2011.04.047

PBL(Problem-Based Learning)是以问题为导向的教学方法,是基于现实中以学生为中心的教学方式。它通过一个个具体实例,启发学生应用以往学过的知识来思考、分析问题,培养学生以问题为中心的发散思维和横向思维。

“以学生为主体,以问题为中心”,在教师的整体把握和指导下,鼓励学生主动参与,共同思考。教师的角色是导演、是教练,对学生进行引导和提示,让学生自己来思考、分析问题,在问题讨论完成之后,教师要进行点评,指出问题的关键点,选择方法的思路,需要注意的地方及其结果所引申的含义等等。PBL 教学法目前已成为国际上较为流行的一种教学方法。

概率论是研究随机现象规律性的一门科学,也是医科院校的一门公共基础课程,该课程有助于学生了解和掌握生命科学中的许多随机现象。概率论具有理论严谨、概念独特、思想方法别具一格等特点,解题方法更是多种多样。我们在概率论的教学过程中,实施了以问题为中心的 PBL 教学法,目的是培养学生自主探索、思考、概括的能力,以及表达和相互沟通的能力。经过几年的教学实践,取得了一些实际的效果,也受到了学生们的欢迎。

在学习概率论之初,经常会遇到学生提出的一些问题,比如说:“中 500 万彩票大奖的概率是多少?”、“彩票中奖到底有没有规律?”、“学了概率论是不是能提高买彩票的中奖率?”……上述问题均属于讨论随机现象规律性的问题。对确定性现象的规律性,学生都非常了解,但对随机现象有无规律性,学生一般都了解甚少。如何让学生了解随机现象的规律性,我们设计了一个“摸球游戏^[1]”问题。

1 问题 1(摸球游戏)

一口袋中放有大小、质地完全相同的 10 个球,只有红、白两种颜色,每次只能随意摸出一个球,观察其颜色,然后放回袋中再摸,共摸 100 次,实际摸球结果如下表所示(以摸 10 次作为 1 组,共 10 组),试分析其中红球的个数。

组数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合计
红球	7	7	8	7	6	8	8	6	8	6	71
白球	3	3	2	3	4	2	2	4	2	4	29

每次摸出一球,可能是红色,也可能是白色,呈现一种偶然性。在摸球次数较少时,看不出有什么规律,但随着摸球次数的增加,越来越多的学生都认为口袋中应该是 7 个红球。其理由是:根据试验的结果知,红球出现的频率为 $71/100=71\%$,10 个球中红球的个数应为 $71\% \times 100=7.1$ 个,故猜测口袋中有 7 个红球,实际情况也是如此。通过对此问题的分析、讨论,就能对随机现象的规律性有一个比较切实的感性认识。学生也感到随机现象确实有规律可循,这是学好概率论的第一步。以后概率论中的许多概念都可借此引申说明,如概率的概念,伯努利(Bernoulli)模型,伯努利大数定律等等。通过上述问题的讨论,对概率论的讲解起到了“画龙点睛”的作用。

中国文化博大精深,有许多生动形象的歇后语,“三个臭皮匠,赛过诸葛亮。”就是其中之一。为了能用概率方法分析此歇后语,我们作如下假设:3 个臭皮匠能否解出问题是相互独立的,并提示:3 个臭皮匠中,至少有一人解出问题,问题就被解决了。由此,大部分学生都会想到用概率的加法公式来解决此问题,将此问题转化为如下形式。

2 问题 2(臭皮匠与诸葛亮)

假设诸葛亮解出问题的概率为 0.8,3 个臭皮匠 A、B、C 独立解出问题的概率分别为 $P(A)=0.5$ 、 $P(B)=0.48$ 、 $P(C)=0.45$,且每个臭皮匠能否解出问题相互独立的。那么 3 个臭皮匠中至少有一人解出问题的概率是多少呢?

由概率的加法公式^[2]可得:

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) - P(AB) - P(BC) - P(CA)P(ABC) = P(A)P(B)P(C) - P(A)P(B) - P(B)P(C) - P(C)P(A)P(A)P(B)P(C) = 0.5 \times 0.48 \times 0.45 - 0.5 \times 0.48 - 0.48 \times 0.45 - 0.45 \times 0.5 \times 0.48 \times 0.45 = 0.857 > 0.8$$

即 3 个并不聪明的臭皮匠解出问题的可能性超过 85%,

收稿日期:2010-05-02

* 复旦大学数学科学学院

从而赛过聪明的诸葛亮(80%)。上述计算过程稍显繁琐,是否还有更简单的计算方法呢?可利用求对立事件的概率公式。设一事件出现的概率为 P ,则该事件不出现的概率必定为 $1-P$ 。这样,3个臭皮匠同时不能解出问题的概率为 $[1-P(A)][1-P(B)][1-P(C)]$,把全部可能性1,减去3个臭皮匠同时不能解出的可能性,就得到3个臭皮匠中至少有一人解出问题的概率为:

$$P(ABC)=1-[1-P(A)][1-P(B)][1-P(C)]=1-(1-0.5)(1-0.48)(1-0.45)=0.857$$

更进一步,若不是3个臭皮匠,而是4个,5个, ..., 10个, ..., 结论又是如何?以10个臭皮匠为例,假设诸葛亮解出问题的概率仍为0.8,每个臭皮匠独立解出问题的概率都为0.45,且假设每个臭皮匠能否解出问题是相互独立的。则利用对立事件概率的计算公式,可方便地算得10个臭皮匠中至少有一人解出问题的概率为:

$$P=1-(1-0.45)^{10} \approx 0.9975 >> 0.8$$

也就是说,问题基本上都能解出,从而远远赛过聪明的诸葛亮。可见人多不仅智慧广,而且力量也大。

在实施PBL教学法的过程中,提出的问题必须生动有趣、贴近生活,这样才能激发学生探究的兴趣,才能充分调动学生学习的主动性和积极性,从而培养学生娴熟应用以往学过的各种知识来分析问题、解决问题的能力,达到提高学生综合素质的目的。

3 问题3(微软招聘试题)^[3]

10个红球,10个白球,两个相同的包,要如何放置才能使任意一包中拿一个球是红球的可能性最高?是多少?

学过概率论的学生,看到此题,都会想到用全概率公式去解。没错,此题是应该利用全概率公式,看看下面几位同学的解法。

甲:每个包都放5个红球5个白球。则拿到红球的概率为

$$P=\frac{1}{2} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

乙:一个包放10个红球,另一个包放10个白球。则拿到红球的概率为

$$P=\frac{1}{2} \times \frac{10}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{0}{10} = \frac{1}{2}$$

丙:一个包放3个红球7个白球,另一个包放7个红球3个白球。则拿到红球的概率为

$$P=\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = \frac{1}{2}$$

甚至有同学说,可以证明:每个包放10个球,无论球如何放置,最终拿到红球的概率都是0.5。他的证明过程如下:一个包放 $k(0 \leq k \leq 10)$ 个红球和 $10-k$ 个白球,另一个包放 $10-k$ 个红球和 k 个白球。则拿到红球的概率为

$$P=\frac{1}{2} \times \frac{k}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{10-k}{10} = \frac{1}{2}$$

难道只能是0.5?当然不是。仔细观察问题,题中并没有规定每个包中都必须放10个球,若两个包中放置的球数不同,则答案也随之改变。学生经过一段时间的探索、讨论,最后得出拿到红球概率最大的放法是:一个包就放一个红球,另一个包放剩下的9个红球和10个白球,则拿到红球的最大概率为

$$P=\frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{9}{19} = 0.7368$$

PBL教学法要求学生主动参与课堂教学,在课堂上,大家对问题共同思考,交流沟通,齐心协力找出问题的最佳答案。与此同时,教师也要善于找出学生存在的问题,积极引导,调动学生参与的积极性,控制好课堂的节奏,寓教于乐,活跃学生的课堂思维,到达最佳的课堂教学效果。PBL教学法作为一种开放式的教学模式,对教师自身的素质和教学技巧都有很高的要求,不但要求教师对本专业、本课程内容熟练掌握,还应当掌握相关学科知识,并且要具备提出问题、分析问题、解决问题的能力,灵活运用知识的能力及严密的逻辑思维能力。

参 考 文 献

- 1 祝国强,等. 信息技术在概率论课程教学中的应用. 大学数学课程报告论坛2007论文集,2008,265~271.
- 2 祝国强. 医药数理统计方法. 第2版. 北京:高等教育出版社,2009,9~12.
- 3 祝国强,等. 概率论课程中实行案例教学法的一些体会. 大学数学课程报告论坛2006论文集,2007,200~205.

Practice and Reflection on PBL Teaching Method in Probability Theory

Zhu Guoqiang, et al

(Department of Mathematics and Physics, College of Basic Medicine Sciences, Second Military Medical University, Shanghai 200433)

Abstract After introducing PBL teaching method into classroom teaching of probability theory and upholding the student-centered, problem-oriented approach, we succeeded in deepening students' understanding of the concept "probability", enhancing students' interest and improving students' overall ability.

Key words probability theory; PBL teaching method; classroom teaching