# 高等数学（A）教学大纲

课程性质：基础课

学分数：5+5

学时数：(5+1)×18×2=216，其中

I 一元函数微积分：55+11

II 线性代数与空间解析几何：48+10

III 多元函数微积分：62+12

Ⅳ 常微分方程：15+3

教学对象：理科自然科学类和技术科学类本科一年级学生

教学内容与要求

## 高等数学 (上) 总学时 90 + 18

### I 一元函数微积分

一、极限与连续 (学时数：15+3)

教学内容

1．函数

函数概念：函数的图象；函数的性质；复合函数：反函数；初等函数.

2．数列的极限

无穷小量；无穷小量的运算；数列的极限；收敛数列的性质；单调有界数列； Cauchy 收敛准则.

3．函数的极限

自变量趋于有限值时函数的极限；极限的性质；单侧极限；无穷远处的极限.

4．连续函数

函数在一点的连续性；函数的间断点；区间上的连续函数；闭区间上连续函数的性质；无穷小和无穷大的连续变量；曲线的渐近线.

教学要求

1．理解函数、函数的图象、函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性等概念及性质.

2．理解复合函数的概念，了解反函数的概念.

3．掌握基本初等函数的性质及其图象，了解初等函数的概念.

4．理解数列极限的概念.

5．掌握数列极限的性质及四则运算法则.

6．掌握单调有界数列必有极限的准则，掌握数列极限的夹逼准则，并会利用它们求极限,了解 Cauchy 收敛原理.

7．理解函数极限的概念(含自变量趋于有限值或无穷大时的极限及单侧极限).

8．掌握函数极限的性质及四则运算法则，掌握利用两个重要的极限求有关的极限.

9．会求曲线的水平、垂直和斜渐近线.

10．理解无穷小和无穷大的概念，掌握无穷小的比较法，会用等价无穷小求极限.

11．理解函数连续性的概念，会判断函数的间断性.

12．了解连续函数的性质和初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质，掌握这些性质的简单应用.

二、微分与导数 (学时数：20+4)

教学内容

1．微分与导数的概念

微分的概念；导数的概念；导数的意义；微分的几何意义.

2．求导运算

初等函数的导数；四则运算的求导法则；复合函数求导的链式法则；反函数求导法则；对数求导法；高阶导数.

3．微分运算

基本初等函数的微分公式；微分运算法则；一阶微分的形式不变性；隐函数求导法；参数方程确定的函数求导；微分的应用：近似计算、误差估计.

4．微分学中值定理

局部极值与 Fermat 定理；Rolle 定理；微分学中值定理；Cauchy 中值定理.

5．L'Hospital 法则

0/0 型的极限； ∞／∞ 型的极限；其它不定型的极限.

6．Taylor 公式

带 Peano 余项的 Taylor 公式；带 Lagrange 余项的 Taylor 公式；Machlaurin．公式.

7．函数的单调性和凸性

函数的单调性；函数的极值；最大值和最小值；函数的凸性； 曲线

的拐点；函数图象的描绘.

8．方程的近似求解.

教学要求

1．理解微分和导数的概念、关系和几何意义.会用导数描述一些物理量, 理解函数的可微性和连续性的关系.

2．熟练掌握导数的四则运算法则和复合函数求导的链式法则，熟练掌握基本初等函数的求导公式、掌握反函数求导方法，隐函数求导方法和参数方程确定的函数的求导法，掌握对数求导法.

3．理解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数.

4．了解微分的四则运算法则和一阶微分的形式不变性，会求函数的微分，了解微分在近似计算和误差估计中的应用.

5．理解 Rolle 定理，Lagrange 微分学中值定理，了解并会用 Cauchy 中值定理.

6．掌握用 L'Hospital 法则求未定式极限的方法.

7．掌握带 Peano 余项和 Lagrange 余项的 Taylor 公式，掌握 Maclaurin 公式.

8．理解函数极值的概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法， 掌握函数最大值和最小值的求法及其应用.

9．了解用导数判断函数的凸性和拐点的方法.

10．了解根据函数的微分性质描绘函数图象的方法.

11．了解求方程近似解的 Newton 切线法.

三、一元函数积分学 (学时数：20+4)

教学内容

1．定积分的概念、性质和微积分基本定理

面积问题；路程问题；定积分的定义；定积分的性质；原函数；微积分基本定理.

2.不定积分的计算

不定积分；基本不定积分表；第一类换元积分法(凑微分法)；第二类换元积分法；分部积分法；有理函数的积分；某些无理函数的积分；三角函数有理式的积分.

3．定积分的计算

分部积分法；换元积分法；数值积分：梯形公式、抛物线公式 (Simpson 公式).

4．定积分的应用

微元法；面积问题：直角坐标下的区域、极坐标下的区域；已知平行截面面积求体积；旋转体的体积；曲线的弧长.旋转曲面的面积；由分布密度求分布总量：质量、引力、液体对垂直壁的压力；动态过程的累积效应：功。

5．广义积分

无穷限的广义积分；比较判别法；无界函数的广义积分；Cauchy 主值积分； $\Gamma$ 函数；B 函数.

教学要求

1．理解定积分的概念、意义和性质，理解原函数的概念.

2．掌握微积分基本定理.

3．掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分的第一换元积分法和第二换元积

分法，掌握分部积分法.

4．会计算有理函数的积分、某些无理函数的积分和三角函数有理式的积分.

5．掌握定积分计算的换元积分法和分部积分法.

6．了解数值积分的梯形公式和 Simpson 公式.

7．了解定积分应用的微元法，掌握用定积分表达和计算一些几何量和物理量的方法(包括平面图形的面积，已知平行截面面积求体积，旋转体的体积，曲线的弧长,旋转曲面的面积，质量、引力、液体对垂直壁的压力，功).

8．了解广义积分的概念，掌握关于广义积分收敛性的比较判别法，了解 Cauchy

主值积分，会计算广义积分.了解 $\Gamma$ 函数和 B 函数的概念及基本性质.

## Ⅱ 线性代数与空间解析几何(一)

四、矩阵和线性方程组 (学时数：22+4)

教学内容

1．向量与矩阵

向量；矩阵；矩阵的运算；分块矩阵的运算.

2．行列式

n 阶行列式的定义；行列式的性质.

3．逆阵

逆阵的定义；用初等变换求逆阵；Cramer 法则.

4．向量的线性关系

线性相关与线性无关; 与线性关系有关的性质

5. 秩

向量组的秩; 矩阵的秩.

6．线性方程组

齐次线性方程组；非齐次线性方程组；Causs 消去法；Jacobi 迭代法。

教学要求

1． 理解向量和矩阵的概念.掌握矩阵的线性运算、乘法、转置、共轭转置以及它们的运算规则，了解分块矩阵的概念、性质及运算.

2． 理解 n 阶行列式的定义，掌握行列式的性质，并能利用这些性质计算行列式.

3． 理解逆矩阵的概念，掌握矩阵可逆的主要条件，会用初等变换求逆阵，会

用伴随矩阵求矩阵的逆.

4． 理解向量组线性相关和线性无关的概念，掌握向量组线性相关和线性无关的有关性质。

5. 理解向量组线性无关极大组的概念，理解向量组的秩和矩阵的秩及相互关系，会求矩阵的秩。

6． 掌握 Cramer 法则，了解 Gauss 消去法.

7. 理解齐次线性方程组有非零解的充要条件，及非齐次线性方程组有解的充要条件。

8．理解并能求齐次线性方程组的基础解系和通解，理解非齐次线性方程组解的结构并会求通解。

五、线性空间和线性变换（1）（学时数：13+3）

教学内容

1．线性空间

线性空间；线性空间的基与坐标。

2．线性变换及其矩阵表示；相似矩阵。

几个简单的几何变换；线性变换及其矩阵表示。

3．特征值问题

特征值和特征向量；特征值和特征向量的性质；利用特征值和特征向量化简矩阵。

4．内积和正交变换

Euclid 空间；正交基；正交矩阵和正交变换；酉空间。

5．正交相似变换和酉相似变换

正交相似变换和酉相似变换；正交（酉）相似对角阵。

教学要求

1．理解线性空间的概念，了解线性空间的基、维数和坐标等概念。

2．了解线性变换的概念，了解线性变换的矩阵表示。

3．理解矩阵的特征值和特征向量的概念及性质，会求矩阵的特征值和特征向量。

4．了解相似矩阵的概念、性质，掌握利用特征值和特征向量化简矩阵的方法。

5．了解内积和 Euclid 空间的概念，了解标准正交基的概念及其性质，掌握线性无关向量组标准正交化的 Gram-Schmidt 方法。

6．了解正交变换和正交矩阵的概念。

7．了解矩阵的正交相似和酉相似的概念，了解对称阵正交相似于对角阵。

## 高 等 数 学（下） 总学时：90+18

Ⅱ 线性代数与空间解析几何（二）

五、线性空间和线性变换（2）（学时数：6+2）

教学内容

1．二次型及其标准形式

二次型与对称矩阵；化二次型为标准形的几种方法。

2．正定二次型

惯性定理；正定二次型和对称正定矩阵；二次曲线的分类；用 Cholesky 分解解线性方程组。

教学要求

1．掌握二次型及其矩阵表示，了解二次型的标准形、规范形的概念，了解惯性定理。

2．掌握化二次型为标准形的几种方法。

3．掌握二次型和对应矩阵的正定性及其判别法。

六、空间解析几何 (学时数：7+1)

教学内容

1． 外积和混合积的性质及运算.

2． 直线和平面的各种常用方程.

3． 点到平面、直线的距离, 直线与直线、直线与平面的交角。

4． 曲面方程的概念，常用二次曲面的方程及其图形,以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。

5．空间曲线的参数方程和一般方程。

教学要求

1．掌握向量的外积和混合积的概念、性质及运算.

2．掌握常用平面方程和直线方程及其求法，能根据平面和直线的相互关系解有关问题.

3．掌握点到平面、直线的距离的计算方法, 掌握直线与直线、直线与平面的交角的计算方法。

4．理解曲面方程的概念，了解常用二次曲面的方程及其图形.会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。

5．了解空间曲线的参数方程和一般方。

## Ⅲ 多元函数微积分

七、多元函数微分学 (学时数：20+4)

教学内容

1．多元函数的极限与连续

R^n 中的点集；多元函数的概念；多元函数的连续性；有界闭区域上连续函数

的性质.

2．全微分与偏导数

全微分；偏导数；偏导数与全微分的计算；空间曲面的切平面（1）；高阶偏导数.可微映射；空间曲线的切线（1）。

3．链式求导法则

多元函数求导的链式法则；全微分的形式不变性.复合映射的导数；坐标变换下的微分表达式。

4．隐函数微分法及其应用

一元函数的隐函数存在定理；多元函数的隐函数存在定理.多元函数组的隐函数存在定理；空间曲面的切平面（2）；空间曲线的切线（2）。

5．方向导数、梯度

方向导数；数量场的梯度；等值面的法向量；势量场。

6．Taylor 公式

二元函数的 Taylor 公式；　元函数的 Taylor 公式。

7. 极值

多元函数的无条件极值；函数的最值；最小二乘法；条件极值.

教学要求

1．了解 R^n 中点的邻域、内点、开集、区域等概念.

2，理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义.

3．理解多元函数的极限及连续的概念，了解有界闭区域上连续函数的性质.

4．理解多元函数的全微分和偏导数的概念，掌握偏导数和全微分的计算法，了解全微分在近似计算中的应和，掌握高阶偏导数的计算.

5．掌握多元函数求导的链式法则，了解全微分的形式不变性.

6．了解可微映射的概念，了解复合映射的求导法则。

7．会计算坐标变换下的微分表达式。

8．会求空间曲面的切平面和空间曲线的切线。

9．理解方向导数与梯度的概念，并掌握其计算方法。

10．了解二元函数和 元函数的 Taylor 公式。

11．理解多元函数的极值与条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件和充分条件，会用 Lagrange 乘数法求条件极值，会求简单的多元函数的最大值和最小值问题的解.

八、多元函数积分学(学时数：20+5)

教学内容

1．重积分的概念及其性质

重积分概念的背景；重积分的概念；重积分的性质.

2．二重积分的计算

3．三重积分的计算及应用

直角坐标系下三重积分的计算；三重积分的变量代换；柱坐标变换和球坐标变换；重积分的应用：重心与转动惯量；引力。

4．两类曲线积分

曲线的弧长；第一类曲线积分的概念及性质；第一类曲线积分的计算；第二类曲线积分的概念及性质；第二类曲线积分的计算；两类曲线积分的关系。

5．第一类曲面积分

曲面的面积；第一类曲面积分的概念；第一类曲面积分的计算。

6．第二类曲面积分

曲面的侧与有向曲面；第二类曲面积分的概念及性质；第二类曲面积分的计算。

7．Green 公式和 Stokes 公式

Green 公式；Stokes 公式。

8．旋度和无旋场

环量和旋度；无旋场、保守场和势量场；原函数。

9．Gauss 公式和散度

流场的流出量；Gauss 公式；散度；Hamilton 算符和 Laplace 算符。

教学要求

1．理解二重积分和三重积分的概念及性质。

2．掌握直角坐标系下二重积分和三重积分的计算，掌握二重积分和三重积分计算中的变量代换法。

3．掌握用积分计算重心、转动惯量和引力的方法。

4．理解曲线弧长的概念，理解第一类曲线积分的概念性质，掌握第一类曲线积分的计算。

5．理解第二类曲线积分的概念，性质，并掌握其计算。

6．了解两类曲线积分的关系。

7．理解曲面面积的概念，理解第一类曲面积分的概念，性质并掌握其计算。

8．了解有向曲面的概念，理解第二类曲面积分的概念，性质，并掌握其计算。

9．掌握 Green 公式、Stokes 公式和 Gauss 公式，并会利用它们计算积分。

10．了解环量与通量的概念，理解旋度与散度的概念。

11．理解无旋场，保守场和势量场的概念与关系，会求全微分的原函数，会运用曲线积分与路径无关的条件。

12．了解 Hamilton 算符和 Laplace 算符，了解 Green 恒等式。

九、级数 (学时数：15+3)

教学内容

1．数项级数

级数的概念；级数的基本性质；级数的 Cauchy 收敛原理；正项级数的比较判别法；正项级数的 Cauchy 判别法与 D'Alembert 判别法；Leibniz 级数.级数的乘法。

2．幂级数

函数项级数；幂级数；幂级数的收敛半径：幂级数的性质；Taylor 级数与余项公式：初等函数的 Taylor 展开.

3．Fourier 级数

周期为 2π 的函数的 Fourier 展开；正弦级数和余弦级数.任意周期的函数的 Fourier 展开；Fourier 级数的收敛性。

4．Fourier 变换初步

Fourier 变换及其逆变换；Fourier 变换的性质；离散 Fourier 变换。

教学要求

1．理解数项级数收敛、发散及收敛级数和的概念，掌握级数的基本

性质及收

敛的必要条件，了解级数的 Cauchy 收敛原理.

2．掌握几何级数和 p 级数收敛与发散的条件.

3．掌握正项级数收敛性的比较判别法，Cauchy 判别法和 D'Alembert 判别法.

4．了解任意项数的绝对收敛与条件收敛的概念及关系，掌握交错级数的

Leibniz 判别法.

5．了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.

6．掌握幂级数的收敛半径，收敛区间的求法.

7．了解幂级数的连续性、逐项微分和逐项积分等性质，并能利用这些性质求一些幂级数的和函数与某些数项级数的和.

8．了解 Taylor 级数与余项公式，掌握基本初级函数的 Taylor 展开.

9．了解 Fourier 级数的概念，会将定义在[- l，l]上的函数展开面 Fourier 级数，会将定义于[0，l]上的函数展开成正弦级数或余弦级数.了解 Fourier 级数的收敛性。

10．了解 Fourier 变换及其逆变换的概念，了解 Fourier 变换的性质。

## Ⅳ常微分方程

十、常微分方程(学时数：12+3)

教学内容

1．常微分方程的概念

2.一阶常微分方程

变量可分离方程；齐次方程；全微分方程；线性方程；Bernoulli 方程。

3，二阶线性微分方程

二阶线性微分方程：线性微分方程的解的结构；二阶常系数齐次方程的通解；　二阶常系数非齐次方程.Euler 方程

4．可降阶的高阶微分方程

形式为 的方程；形式为 方程；形式为 的方程。

5．微分方程的幂级数解法

6．常系数线性微分方程组简介

教学要求

1．了解微分方程的阶、通解、初始条件及特解的概念.

2．掌握变量可分离方程和一阶线性方程的解法.

3．会解齐次方程、全微分方程和 Bernoulli 方程。

4．理解线性微分方程的概念，理解线性微分方程解的结构.

5．掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法.

6．会求自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解和通解.

7．会解 Euler 方程。

8．会解一些可降阶的高阶微分方程。

9．掌握微分方程的幂级数解法。

10．会解简单的常系数线性线分方程组。

11. 会用微分方程解决一些简单的应用问题.

教学用书：金路、童裕孙、於崇华、张万国编《高等数学(上、下)》（第三版），高等教育出版社，2008.